

ĐÁNH GIÁ ỔN ĐỊNH MÁI ĐỐC NỀN ĐƯỜNG VÙNG CÓ HOẠT ĐỘNG SỤT LỖ THEO LÝ THUYẾT ĐỘ TIN CẬY

Nguyễn Văn Linh

Phân hiệu ĐHQĐN tại Kon Tum, Đại học Đà Nẵng

Thông tin chung:

Ngày nhận: 13/10/2016

Ngày chấp nhận: 28/04/2017

Title:

Assessment of the roadbed slopes stability in landslide areas by adopting the reliability theory

Từ khóa:

Độ nhạy, lý thuyết độ tin cậy, mái dốc, mô phỏng Monte Carlo, ổn định

Keywords:

Monte Carlo simulation, reliability theory, sensitivity, slope, stability

ABSTRACT

Assessing the slope stability is extremely complicated and risky. There are many unexpected and unforeseen incidents occurring during the project's operation and usage phase. This may be caused by several reasons including inappropriate computational models, inadequate collected data and the unsustainability of soil physical properties. Among these causes, the unsustainability of soil physical properties plays a significant role because it determines the sub-grade stability. The role of this factor is showed clearly in the case of projects carried in adverse conditions. This paper presents the method used to assess the roadbed slopes stability in the landslide areas in which physical properties of soil has changed significantly, by adopting the reliability theory though using Monte Carlo simulation model. The input parameters of this method are random variables following a standard normal distribution. This research will provide the objective point of view regarding assessment of the roadbed slope stability to all practitioners.

TÓM TẮT

Đánh giá ổn định mái dốc nền đường là một vấn đề phức tạp và nhiều rủi ro. Sự phức tạp và rủi ro là do nhiều nguyên nhân như mô hình tính, số liệu khảo sát thăm dò và tính chất cơ lý không bền vững (cơ lý tính yếu) của các lớp đất đá. Do đó, khi các công trình đưa vào vận hành khai thác luôn tiềm ẩn những sự cố khó lường trước được. Trong các nguyên nhân được đề cập trên thì cơ lý tính yếu của các lớp đất đá đóng vai trò cao nhất, quyết định nhất đến tính ổn định nền đường, đặc biệt là khi các công trình làm việc trong các điều kiện bất lợi (mưa, phong hóa, ...). Trong bài báo, tác giả đánh giá ổn định mái dốc nền đường vùng có hoạt động sụt lún (trong điều kiện có mưa thấm) theo lý thuyết độ tin cậy khi tính chất cơ lý của các lớp đất đá có sự thay đổi ngẫu nhiên. Bằng phương pháp sử dụng mô phỏng Monte Carlo trên mô hình xác suất, tác giả đánh giá ổn định mái dốc nền đường khi các thông số đầu vào là các biến ngẫu nhiên tuân theo luật phân phối chuẩn. Kết quả nghiên cứu cung cấp cái nhìn khách quan hơn khi đánh giá ổn định nền đường.

Trích dẫn: Nguyễn Văn Linh, 2017. Đánh giá ổn định mái dốc nền đường vùng có hoạt động sụt lún theo lý thuyết độ tin cậy. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 49a: 34-40.

1 GIỚI THIỆU

Tiêu chuẩn thiết kế Việt Nam hiện nay đánh giá ổn định mái dốc nền đường thì theo các phương

pháp cổ điển (phương pháp tất định), tức là các thông số đầu vào đều là hằng số. Theo đó, mái dốc được xem là ổn định khi hệ số ổn định (K_{od}) lớn

hơn hệ số an toàn cho phép (K_{tc}). Và tùy vào phương pháp tính thì hệ số K_{tc} này là khác nhau, điều này là do mỗi phương pháp đều được đơn giản hóa khi tính toán. Tuy nhiên, tính chất cơ lý của các lớp đất đá (dung trọng riêng (γ), lực dính (C) và góc nội ma sát (ϕ)) luôn có sự thay đổi dưới sự tác động từ môi trường đặc biệt là khi có hiện tượng thấm. Do đó, phương pháp tất định là không thể phản ánh chân thực sự làm việc của công trình. Vì vậy, các tuyến đường khi vận hành vẫn thường xuyên gặp các sự cố sạt trượt do mất ổn định.



Hình 1: Sạt trượt mái dốc Quốc lộ 24

Nguồn: Báo cáo tổng kết công tác phòng chống lụt bão năm 2013- Số 25/BC-SGTVT Quảng Ngãi

Để giải quyết sự không bền vững của các thông số đầu vào đó, phương pháp phân tích ổn định theo lý thuyết độ tin cậy dựa trên phương pháp xác suất ra đời và đạt được những thành quả đáng ghi nhận. Phương pháp phân tích này lần đầu tiên được giới thiệu vào những năm 1970 (Alonso, 1976; Tang *et al.*, 1976; Harr, M.E, 1977). Từ đó đến nay, các khái niệm và nguyên tắc của phương pháp phân tích ổn định mái dốc theo lý thuyết độ tin cậy đã không ngừng phát triển và được trình bày trong nhiều nghiên cứu ở ngoài nước (Nguyen and Chowdhury, 1984; Whitman, 1984; Christian, 1986; Cheng and C.K. Lau, 2008) và trong nước (Hoàng Hồng Giang, 2009; Mai Văn Công, 2011). Với phương pháp phân tích này, ngoài việc giải quyết được cơ lý tính yếu các lớp đất đá, nó cũng là một phương pháp hữu ích để định lượng mức độ rủi ro đối với từng công trình cụ thể (độ tin cậy của hệ số ổn định), đặc biệt là trong trường hợp thiếu dữ liệu chứng minh được tính đại diện.

Bài báo này sẽ phân tích ổn định mái dốc nền đường tại mặt cắt đại diện trên Quốc lộ 24 theo lý thuyết độ tin cậy dựa trên phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Phương pháp này cho phép phân tích xác suất phá hoại và độ nhạy của ổn định mái dốc với các số liệu đầu vào là biến ngẫu nhiên theo những quy luật phân bố đã được xác định trước, qua đó nâng cao được độ tin cậy trong thiết kế mới

cũng như đánh giá mức độ ổn định cho các nền đường đang vận hành khai thác.

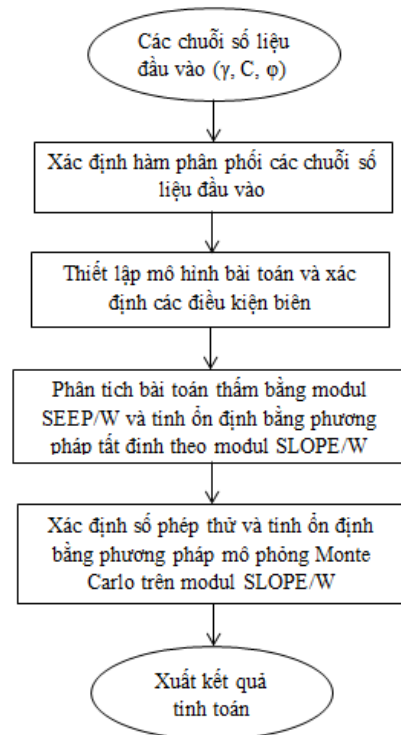
2 PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1 Phương pháp nghiên cứu

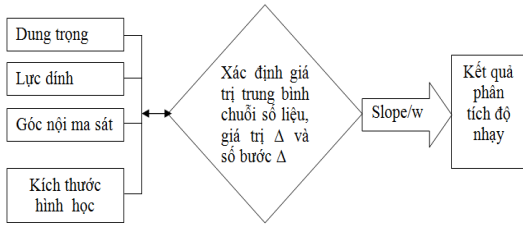
Như tác giả đã trình bày ở trên, do cơ lý tính yếu của các lớp đất đá, đặc biệt là vào mùa mưa tại Tây Nguyên. Do đó, khi phân tích bài toán ổn định mái dốc theo lý thuyết độ tin cậy, bao gồm 2 quá trình sau đây:

- Phân tích ổn định mái dốc được thực hiện theo 3 bước: (1) Xác định hàm phân phối của các chuỗi số liệu đầu vào; (2) Thiết lập mô hình bài toán và phân tích dòng thấm do mưa tác dụng vào nền đường; (3) Sử dụng kết quả xác định hàm phân phối để đưa vào khai báo phần mềm SLOPE/W để tính toán ổn định theo phương pháp tất định và xác suất. Sơ đồ chi tiết phân tích ổn định được thể hiện cụ thể ở Hình 2.

- Phân tích độ nhạy của các thông số đầu vào đối với hệ số ổn định được thực hiện theo 2 bước: (1) Xác định giá trị trung bình của các chuỗi số liệu đầu vào, số gia giữa hai giá trị liền kề (Δ); (2) Nhập các giá trị trên vào trong phần mềm SLOPE/W để phân tích độ nhạy. Sơ đồ phân tích độ nhạy được thể hiện cụ thể ở Hình 3.



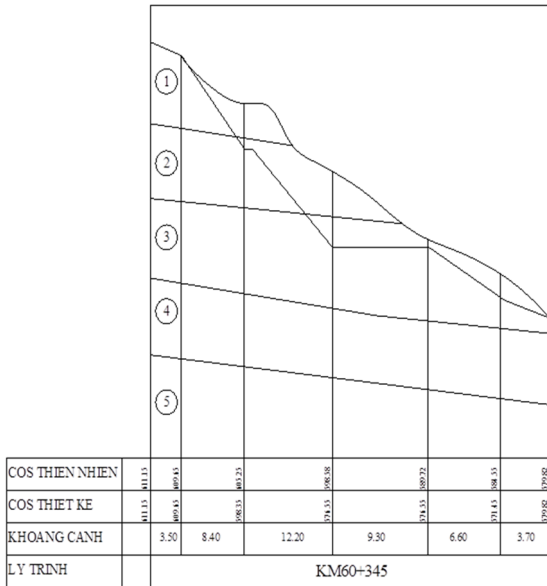
Hình 2: Sơ đồ tổng quan về phân tích ổn định mái dốc



Hình 3: Sơ đồ tổng quan về phân tích độ nhay

2.2 Số liệu tính toán

– *Mặt cắt*: Tác giả chọn mặt cắt đặc trưng đại diện để phân tích và tính toán ổn định nền đường trên tuyến đường Quốc lộ 24 theo “Hồ sơ bản vẽ thi công Quốc lộ 24” như sau: Vị trí tại đèo VioLak, lý trình Km60+345): Mặt cắt này có độ dốc taluy lớn (khoảng 46⁰), theo hồ khoan địa chất thì gồm có 4 lớp đất với các đặc tính cơ lý khác nhau, dưới cùng là lớp đá cứng. Trong mặt cắt không thấy xuất hiện nước ngầm.



Hình 4: Cấu tạo mặt cắt nền đường

– *Số liệu tính toán*: Bao gồm chỉ tiêu cơ lý của các lớp đất đá (Bảng 1) và lưu lượng thấm do mưa tại vùng tính toán.

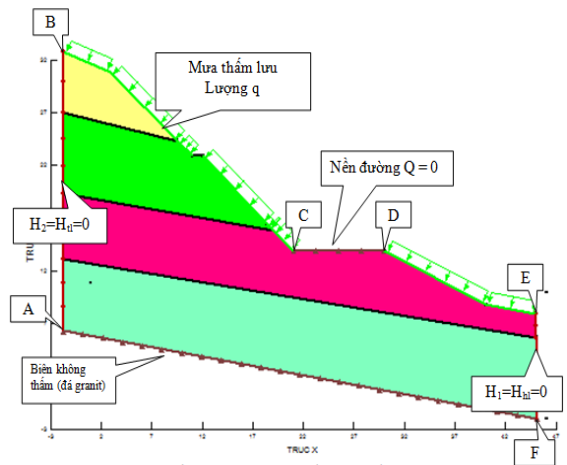
Bảng 1: Chỉ tiêu cơ lý các lớp đất

Thông số	Lớp			
	Lớp 1	Lớp 2	Lớp 3	Lớp 4
Chiều dày: H (m)	4,2	5,8	5,1	5,5
Độ ẩm: W (%)	34,6	30,7	28,6	25,6
Dung trọng riêng: γ (kN/m ³)	16,5	16,7	17,2	18,4
Lực dính: C (kN/m ²)	21	23	34	12
Góc ma sát trong: φ (độ)	15,4	18,7	22	25
Hệ số thấm: K (cm/s)	6x10 ⁻⁵	3x10 ⁻⁵	6x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁴

Khi phân tích thấm do mưa, tác giả sử dụng lưu lượng mưa tại trạm đo mưa ConPlong là nơi tuyến đường đi qua để dùng số liệu phân tích. Sử dụng phần mềm AFFC-2008 để tính lưu lượng thấm do mưa và quy đổi về lưu lượng thấm đơn vị, tác giả có được lưu lượng thấm khi phân tích bài toán như sau:

$$q = 2.11 \times 10^{-6} \text{ (m/s)}$$

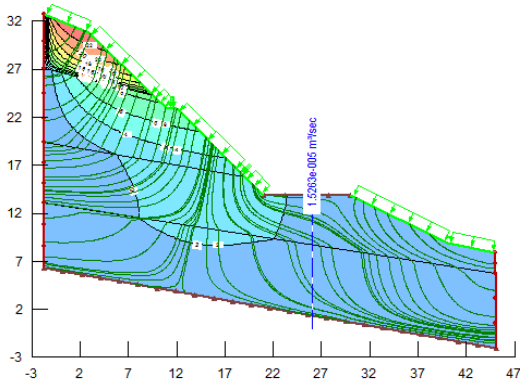
– *Trường hợp tính toán*: Tác giả lựa chọn trường hợp nền đường tính toán vào mùa mưa kéo dài, khi đó điều kiện biên bài toán như Hình 5 bên dưới:



Hình 5: Điều kiện biên bài toán cho mô hình tính

3 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Để tính toán ổn định, trước hết tác giả phân tích dòng thấm trong nền đất khi có hiện tượng mưa thấm theo modul SEEP/W. Kết quả phân tích mưa thấm như Hình 6 sau:

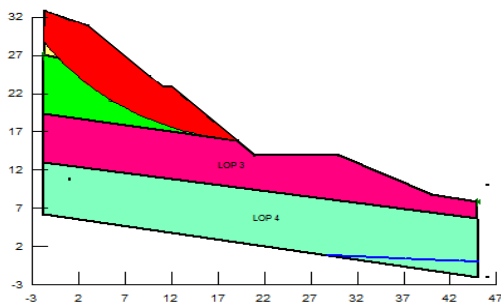
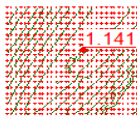


Hình 6: Kết quả phân tích thấm tại mặt cắt

Từ kết quả theo hình trên tác giả thấy rằng: Đường dòng thấm (đường màu xanh nhạt) chảy theo nhiều hướng khác nhau từ ngoài vào trong nền đất và đường bão hòa xuất hiện tại lớp đất thứ 4 (đường xanh đậm). Như vậy, khi nước mưa thấm xuống nền đất làm dâng cao mực nước ngầm (khi chưa xét nước mưa thì không thấy xuất hiện mực nước ngầm trong mặt cắt). Các đường thể năng cột nước (đường màu đen) vuông góc với đường dòng thấm tạo thành lưới thủy động. Điều này, về cơ bản là đúng so với lý thuyết thấm.

3.1 Phân tích ổn định mái dốc theo phương pháp tất định

Sau khi có kết quả phân tích dòng thấm, tác giả tích hợp thêm vào modul SLOPE/W để phân tích ổn định cho mái dốc trên. Kết quả thu được các hệ số ổn định theo phương pháp Morgenstern – Price (M-P) như Hình 7:



Hình 7: Kết quả phân tích ổn định mái dốc theo phương pháp tất định (M-P)

Theo kết quả phân tích thì hệ số ổn định $K_{od} = 1.141$ và hệ số này dùng để đánh giá ổn định nền đường theo tiêu chuẩn hiện hành.

3.2 Phân tích ổn định mái dốc theo lý thuyết độ tin cậy dựa trên mô phỏng Monte Carlo

SLOPE/W cho phép dùng các hàm phân bố, mô tả sự biến đổi của các thông số như là: Hàm phân bố chuẩn, hàm phân bố Log chuẩn, hàm phân bố đều, hàm phân bố hình tam giác và hàm phân bố dạng đường cong. Trong nghiên cứu này, tác giả sử dụng hàm phân bố chuẩn (hàm Gauss) để mô tả sự biến đổi của các thông số cơ lý của đất (γ , ϕ , C).

Hàm phân bố chuẩn thường được gọi là hàm phân phối Gauss, là hàm mô tả sự biến đổi của các thông số nhập trong phân tích xác suất, nó được biểu diễn bằng biểu thức sau đây:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

Với $-\infty < x < +\infty$

Trong đó: $f(x)$: tần số tương đối; σ : độ lệch chuẩn (độ lệch quân phương); μ : giá trị trung bình.

Các tính chất cơ lý (γ , ϕ và C) là các chuỗi số liệu ngẫu nhiên (thay đổi theo thời gian do sự tác động từ môi trường). Tuy nhiên, do chưa có điều kiện để thí nghiệm sự thay đổi tính chất cơ lý của các lớp đất theo thời gian và không gian nên tác giả sử dụng kết quả nghiên cứu các lớp đất cơ bản (đất sét) từ nghiên cứu của Hoàng Hồng Giang, 2009. Theo đó, độ dao động (δ) quanh giá trị trung bình (μ) của dung trọng riêng, lực dính, góc nội ma sát các lớp đất giả thiết tương ứng là 5%, 5% và 20%. Kết quả như Bảng 2 sau:

Bảng 2 : Độ dao động của các chỉ tiêu cơ lý

	γ (kN/m ³)		C (kN/m ²)		ϕ (độ)	
	μ	δ (5%)	μ	δ (5%)	μ	δ (20%)
Lớp 1	16,5	0,825	21	1,05	15,4	3,08
Lớp 2	16,7	0,835	23	1,15	18,7	3,74
Lớp 3	17,2	0,86	34	1,7	22,0	4,4
Lớp 4	18,4	0,92	12	0,6	25,0	5,0

Hàm tin cậy Z được xác định theo hệ số an toàn bằng biểu thức:

$$Z = SF \text{ (hệ số an toàn)} \quad (2.2)$$

Do đó, xác suất phá hoại được định nghĩa là xác suất để hệ số an toàn (SF) nhỏ hơn 1.0:

$$P_{\text{failure}} = P(Z < 1)$$

Chỉ số độ tin cậy (β) mô tả độ ổn định của mái dốc bằng số lần lệch chuẩn (σ) khỏi hệ số an toàn trung bình (μ) được xác định như sau:

$$\beta = \frac{(\mu-1)}{\sigma} \tag{2.3}$$

Phân tích xác suất ổn định mái dốc sử dụng phương pháp Monte Carlo, số lượng phép thử phụ thuộc vào mức độ tin cậy yêu cầu của lời giải, cũng như số lượng biến đầu vào được xem xét. Theo lý thuyết thống kê, ta có phương trình sau:

$$N_{mc} = \left[\frac{\sigma^2}{4 \cdot (1-\beta)^2} \right]^m \tag{2.4}$$

Trong đó:

N_{mc} : số lần thử Monte Carlo; β : mức độ tin cậy mong muốn (0% đến 100%) biểu diễn dưới dạng số thập phân; σ : độ lệch chuẩn tương ứng với mức độ tin cậy; và m : số lượng biến.

Số lần thử Monte Carlo tăng lên về mặt hình học với mức độ tin cậy và số lượng biến. Theo tác giả Hoàng Hồng Giang, với 3 thông số đầu vào là lực dính, góc nội ma sát và dung trọng riêng thì số lần thử Monte Carlo tối ưu là 15.000 lần; với 4 thông số đầu vào là lực dính, góc nội ma sát, dung trọng riêng và mực nước ngầm thì số lần thử Monte Carlo tối ưu là 20.000 lần. Điều này có nghĩa là để đảm bảo độ chính xác, càng nhiều thông số đầu vào thì số lần thử Monte Carlo càng nhiều.

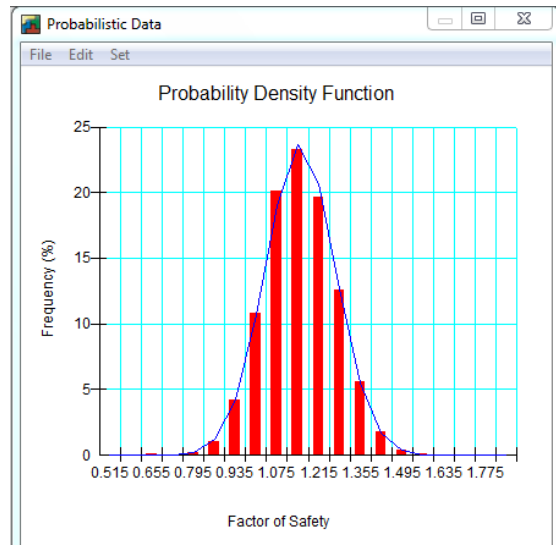
Trong giới hạn nghiên cứu này, tác giả chỉ nghiên cứu phương pháp phân tích xác suất với 3 thông số đầu vào (γ , ϕ , C), vì vậy tác giả lựa chọn số lần thử Monte Carlo là 15.000 lần cho mô phỏng ngẫu nhiên các thông số này.

Kết quả phân tích ổn định mái dốc theo mô phỏng Monte Carlo với 3 thông số đầu vào biến đổi (γ , ϕ , C) và số lần lặp là 15.000 lần như Bảng 3 sau:

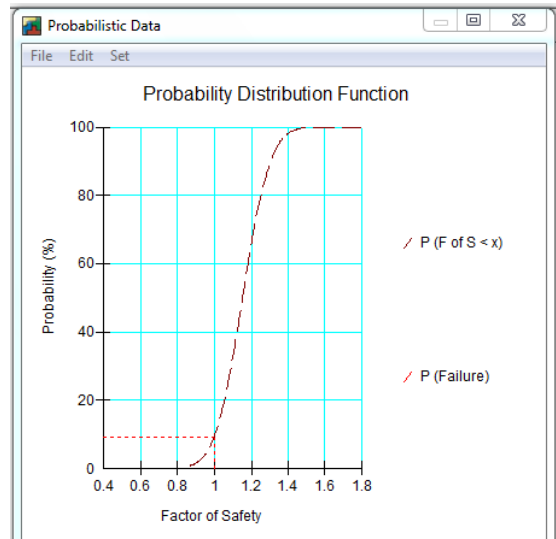
Bảng 3: Kết quả phân tích ổn định mái dốc

Trị trung bình hệ số ổn định	1.153
Chỉ số độ tin cậy	1.299
Độ lệch chuẩn	0.118
Min SF	0.604
Max SF	1.756
Xác suất phá hoại	9.047%

Ngoài ra, kết quả phân tích ổn định còn được biểu diễn dưới dạng hàm phân phối xác suất và mật độ xác suất của hệ số ổn định như Hình 8 và Hình 9.



Hình 8: Kết quả hàm mật độ xác suất



Hình 9: Kết quả hàm phân phối xác suất

Kết quả trên cho thấy, mặc dù hệ số ổn định trung bình (1.153) theo phương pháp Monte Carlo lớn hơn hệ số ổn định theo phương pháp tất định (1.141), tuy nhiên hệ số ổn định nhỏ nhất khi phân tích ổn định theo phương pháp Monte Carlo (0.604) lại nhỏ hơn rất nhiều hệ số ổn định khi phân tích ổn định theo phương pháp tất định. Điều đó chỉ ra rằng hệ số ổn định theo phương pháp tất định chưa hẳn đã phản ánh được trường hợp bất lợi nhất trong phân tích ổn định mái dốc. Việc tuyến đường bị sạt trượt vào mùa mưa năm 2013 (theo Hình 1) đã minh chứng cho việc hệ số an toàn khi thiết kế theo phương pháp tất định là không chính xác. Điều đó chứng tỏ hệ số an toàn luôn dao động (giữa min FS và max FS) theo mô hình xác suất là phản ánh khách quan bản chất của vấn đề ổn định mái dốc.

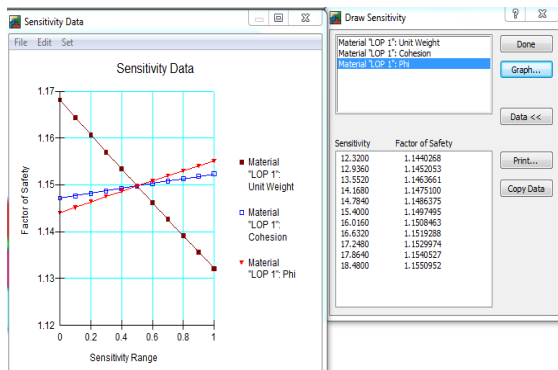
Mặt khác, khi phân tích theo phương pháp tất định thì chúng ta không thể đánh giá được xác suất phá hoại là bao nhiêu và độ tin cậy của các kết quả tính toán. Nhưng ngược lại, theo phương pháp Monte Carlo thì cho chúng ta được điều đó. Trong trường hợp này, xác suất phá hoại là 9.047% tương ứng với chỉ số độ tin cậy là 1.299. Xác suất phá hoại này là xác suất để hệ số ổn định nằm trong khoảng $0.604 < FS < 1$, còn theo tiêu chuẩn Việt Nam hiện nay thì hệ số ổn định an toàn cho việc lớn hơn rất nhiều (tiêu chuẩn 22TCN 171-87 quy định $FS = K_{tc} = 1.25$). Vì vậy, nếu xét xác suất phá hoại khi hệ số an toàn $FS < 1.25$ thì sẽ cao hơn rất nhiều con số 9.047% (khoảng 75% theo Hình 9). Rõ ràng đây là sự ưu việt của phương pháp tiếp cận mà tác giả nghiên cứu.

3.3 Phân tích độ nhạy của các tính chất đối với hệ số ổn định của công trình

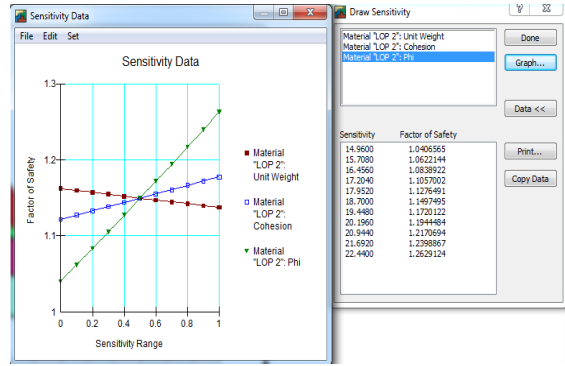
Mục đích của việc phân tích độ nhạy là để xem sự biến động của các thông số đầu vào và đánh giá ảnh hưởng của chúng đến kết quả đầu ra.

Điều quan trọng đầu tiên khi thiết lập mối quan hệ giữa các thông số đầu vào của mô hình phân tích độ nhạy là phải hiểu rõ tính chất của từng thông số. Thứ hai là các dữ liệu của thông số đầu vào (giá trị trung bình và độ dao động) phải được xác định. Điều này đóng vai trò quyết định trong phân tích độ nhạy.

Việc phân tích độ nhạy mang lại kết quả tổng hợp của tất cả các thông số. Từ đó chúng ta sẽ có cơ sở để đánh giá mức độ ảnh hưởng của từng thông số đầu vào đối với kết quả. Tiến hành phân tích độ nhạy các thông số đầu vào cho cả 4 lớp đất, tác giả nhận thấy rằng chỉ có 2 lớp đất trên cùng (lớp 1 và lớp 2) có ảnh hưởng đến kết quả ổn định còn 2 lớp đất bên dưới (lớp 3 và lớp 4) không có ảnh hưởng. Kết quả được cụ thể được thể hiện như ở Hình 10 và Hình 11.



Hình 10: Kết quả phân tích độ nhạy các thông số đầu vào của lớp đất 1 đối với hệ số ổn định



Hình 11: Kết quả phân tích độ nhạy các thông số đầu vào của lớp đất 2 đối với hệ số ổn định

Tác giả có một số nhận xét sau:

- Ảnh hưởng của các thông số đầu vào đối với hệ số ổn định phụ thuộc vào tính chất thông số đó. Cụ thể, đối với trường hợp tính toán trên thì dung trọng tăng dẫn đến hệ số ổn định giảm (tỷ lệ nghịch). Trong khi đó, khi lực dính hay góc nội ma sát tăng thì hệ số ổn định cũng tăng theo (tỷ lệ thuận).

- Đối với lớp đất thứ 2 thì độ nhạy của góc nội ma sát đối với hệ số ổn định là lớn nhất, tiếp theo là lực dính và cuối cùng là dung trọng. Tuy nhiên, đối với lớp đất 1 thì độ nhạy của dung trọng riêng đối với hệ số ổn định là lớn nhất, tiếp theo là góc nội ma sát và cuối cùng là lực dính. Vì vậy, không thể nói rằng tính chất của thông số quyết định toàn bộ độ nhạy của nó đối với hệ số ổn định. Ngoài ra, độ nhạy của các thông số đối với hệ số ổn định không chỉ phụ thuộc vào tính chất của thông số (các loại đất khác nhau) mà còn phụ thuộc vào vị trí cung trượt.

4 KẾT LUẬN VÀ ĐỀ XUẤT

Đất là một loại vật liệu phức tạp, các chỉ tiêu cơ lý không bền vững khi chịu tác động của môi trường đặc biệt là hiện tượng mưa, do đó việc phân tích ổn định mái dốc theo phương pháp tất định không phản ánh đúng thực tế. Vì vậy, phân tích ổn định theo mô hình xác suất sẽ cho chúng ta cách tiếp cận khách quan và phản ánh chính xác hơn.

Trong phân tích ổn định mái dốc theo phương pháp xác suất, chúng ta có thể đánh giá được độ nhạy của các thông số đầu vào đối với hệ số ổn định. Như vậy, cần có những thí nghiệm cụ thể để xác định chuỗi số liệu mô tả sự thay đổi các tính chất cơ lý (theo cả không gian và thời gian). Điều này sẽ giúp cho việc phân tích ổn định theo mô hình xác suất và đánh giá độ nhạy các thông số khách quan hơn và kết quả đạt độ tin cậy hơn.

Phân tích ổn định mái dốc theo lý thuyết độ tin cậy dựa vào mô phỏng Monte Carlo cho chúng ta

thấy được xác suất phá hoại, hệ số ổn định thấp nhất và chỉ số độ tin cậy của hệ số ổn định. Điều này sẽ giúp hạn chế phần nào sự sai lệch ngẫu nhiên trong quá trình tính toán, đồng thời dự báo được mức độ biến động hệ số ổn định trong điều kiện thực tế. Tùy theo tính chất công trình, yêu cầu thiết kế cụ thể (cấp công trình) mà chúng ta có thể lựa chọn hệ số ổn định với xác suất phá hoại khác nhau để làm cơ sở thiết kế cũng như đánh giá công trình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Alonso, 1976. Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays. *Geotechnique*, 26, pp.453–472.

Bộ GTVT, 1987. 22TCN 171-87: Quy trình khảo sát địa chất và thiết kế biện pháp ổn định nền đường vùng có hoạt động sụt lún.

Christian J.T, 1996. Reliability methods for stability of existing slopes. In *Proceedings of Uncertainty 96 Geotechnical Special Publication*. 58(2), pp.409–419.

Cheng and C.K. Lau, 2008. *Slope stability analysis and bilization*. Taylor & Francis Group, London and New York.

Công ty cổ phần tư vấn xây dựng giao thông Kon Tum, 2012. Hồ sơ bản vẽ biện pháp thi công Quốc Lộ 24.

Mai Văn Công, 2011. Ứng dụng lý thuyết độ tin cậy và phương pháp thiết kế ngẫu nhiên trong đánh giá an toàn ổn định đê kè bờ biển. *Tạp chí KHCN Đại học Thủy lợi*, số 24-2011, trang 01-11.

GEO - SLOPE International Ltd, 2008. *Stability Modeling with SLOPE/W 2007*. Alberta, Canada.

Hoàng Hồng Giang, 2009. Giải bài toán ổn định trượt cung tròn nền đất đắp bằng phương pháp xác suất. *Tạp chí KHCN Hàng hải*, số 17-2009, trang 55-61.

Harr, M.E, 1977. *Mechanics of particulate media — a probabilistic approach*. McGraw-Hill, New York, 543 pp.

Nguyen and Chowdhury, 1984. Probabilistic study of spil pile stability in trip coal mines. *International Jour of Rock Mechanics*, 21, pp.303-312.

Tang, Yucemen and Ang, 1976. Probability based short-term design of slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 13, pp.201–215.

Whitman V.W, 1984. Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 110, pp.145–188.